ÜBER

EINE RATIONELLE FORM

DER

EISENBAHNWAGENACHSEN

UND

DIE TECHNISCHEN VORZÜGE

DER

GUSSSTAHLACHSEN.

PAPIER
AUS DER MECHANISCHEN PAPIER-FABRIK
DER GEBRÜDER VIEWEG ZU WENDHAUSEN
BEI BRAUNSCHWEIG.

ÜBER

EINE RATIONELLE FORM

DER

EISENBAHNWAGENACHSEN

UND

DIE TECHNISCHEN VORZÜGE

DER

GUSSSTAHLACHSEN.

VON

ADOLPH SCHEFFLER,
Professor der Mechanik am Collegio Carolino zu Braunschweig.

MIT EINER LITHOGRAPHIRTEN TAFEL.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1861.

Inhalt.

I.

Vorbemerkung.

Solange die auf die beiden Zapfen oder Schenkel einer Eisenbahnwagenachse wirkenden Verticaldrücke, also auch die von den Schienen zurückgegebenen und durch die Räder auf die Achse übertragenen Gegendrücke einander gleich sind, wirkt bekanntlich, wenn man den geringen Einfluss des eigenen Gewichtes der Achse auf ihre Biegung ausser Acht lässt, auf jeden Querschnitt derselben zwischen den Radnaben ein gleich grosses Biegungsmoment, und zwar, wenn P den Zapfendruck und l den Abstand von der Mitte des Schenkels bis zur Mitte der Radnabe, resp. bis zu einer durch die Mitte des Schienenkopfes gelegten Verticalen bezeichnet, ein Moment vom Betrage Pl. Wäre also die Achse während der Fahrt stets in der angegebenen Weise belastet, so würde jeder Querschnitt der Mittelachse gleich gefährlich, eine durchweg cylindrische Form derselben mithin die rationelle sein.

Erfahrungsmässig kommen aber bei cylindrischer Achsform Brüche in der Mitte der Achse oder in der Nähe derselben äusserst selten, fast gar nicht vor, erfolgen vielmehr stets, abgesehen von den in den Schenkeln vorkommenden, übrigens längst nicht so häufigen Brüchen, in den unmittelbar hinter den Naben liegenden Querschnitten, woraus hervorgeht, dass letztere Querschnitte die am stärksten beanspruchten oder gefährlichen sind, dass also die cylindrische Achsform überflüssig viel Material enthält. Obgleich nun diese Thatsache längst allgemein anerkannt ist, sich auch, wenn man die während der Fahrt ausser der normalen Belastung auf die Achse wirkenden besonderen Kräfte in Betracht zieht, sehr einfach erklärt und bereits viele Eisenbahningenieure veranlasst hat, der Mittelachse, statt der cylindrischen, eine sogenannte geschweifte, d. h. nach der Mitte zu verjüngte Form zu geben; so ist sie doch meines Wissens noch nicht rechnungsmässig begründet, und dieser Umstand veranlasst mich zur Veröffentlichung der vorliegenden Schrift, in welcher, mit Hilfe der Wöhler'schen Versuchsresultate über die Biegung und Verdrehung der Eisenbahnwagenachsen, welche die Inrechnungstellung der erwähnten besonderen Kräfte ermöglichen, eine rationelle Form der Achse, d. i. eine solche von überall gleichem Widerstande, bestimmt werden soll.

II.

Ueber die während der Fahrt auf die Achse wirkenden Kräfte.

Setzt man voraus, dass (bei symmetrischer Vertheilung der Ladung) der Schwerpunkt der auf der Achse ruhenden Bruttoladung über der Mitte ihrer Länge liegt, und dass die beiden Tragfedern, welche die Last auf die Achsschenkel übertragen, gleichmässig angespannt sind, dass also im Ruhezustande der von jedem Schenkel oder Zapfen aufgenommene Druck gleich der Hälfte der Bruttoladung ist, so können dennoch während der Fahrt, selbst auf gerader Bahnstrecke, die beiden Zapfendrücke ihre normale Grösse nicht unverändert beibehalten, müssen vielmehr in Folge der durch die Unebenheiten der Bahn veranlassten und durch die Räder auf die Achse übertragenen verticalen und horizontalen Stösse, die dem Wagenkörper eine schaukelnde und schlängelnde Bewegung mittheilen, fortwährend erheblich variiren.

Läuft z. B. die Achse über einen Schienenstoss, welcher auf der einen Schiene mangelhafter und unegaler ist, als auf der anderen, empfängt mithin das eine Rad einen kräftigeren Verticalstoss als das andere, so erfährt hierbei der eine Zapfendruck eine grössere Steigerung über seinen Normalbetrag als der andere, und die schaukelnde Bewegung des Wagenkörpers wird überhaupt ein stetiges Schwanken der Intensitäten der beiden Zapfendrücke im Gefolge haben. In jedem Augenblicke aber, wo diese Drücke, mithin auch die von den Schienen ausgehenden Gegendrücke von ungleicher Grösse sind, liegt bekanntlich der gefährliche Querschnitt der Achse nicht in ihrer Mitte, sondern hinter der Nabe des einen Rades. Trotzdem würde zwar, wie sub III. näher erörtert werden wird, die auf der Fahrt vorkommende Verschiedenheit der Zapfendrücke, wenn sie lediglich durch ungleichmässige Verticalstösse resp. durch die schaukelnde Bewegung des Wagenkörpers verursacht würde, die Adoptirung einer nach der Mitte zu verjüngten Achsform nicht motiviren; indessen haben auch die während der Fahrt gegen die Spurkränze der Räder ausgeübten Horizontalstösse einen bedeutenden Einfluss auf die Intensitäten der beiden Zapfendrücke und somit auf die Biegung der Achse. Indem nämlich, bei der schlängelnden Bewegung des Wagenkörpers in dem etwas seitlichen Spielraum gewährenden Schienengleise, bald das eine, bald das andere Rad gegen die Schiene anläuft, entsteht zwischen dem Spurkranze des betreffenden Rades und der Schiene ein fast horizontal gerichteter Seitendruck, welcher, indem er die Achse und den Wagenkörper zu kippen strebt, den Zapfen- und Schienendruck auf der einen Seite vergrössert und auf der anderen Seite verkleinert; durch den am Spurkranze eines Rades angreifenden Horizontaldruck wird also die Achse in ihren verschiedenen Querschnitten nicht gleichmässig (wie in einigen Schriften behauptet wird), sondern ungleichmässig in Anspruch genommen, am stärksten in dem Querschnitte dicht hinter der einen Radnabe, am schwächsten im Querschnitte an der anderen Nabe. Nun ist, wie sub IV. nachgewiesen werden wird, unter der Einwirkung der stärksten vorkommenden Horizontaldrücke selbst das von dem Mittelquerschnitte der Achse auszuhaltende Biegungsmoment (ein Mittelwerth von den beiden Nabenquerschnitten entsprechenden Momenten) immer noch beträchtlich grösser, als das unter der alleinigen Einwirkung der stärksten Verticalstösse auf irgend einen Querschnitt der Achse wirkende Biegungsmoment; und hieraus folgt, dass auf jeder Fahrt die Achsquerschnitte dicht hinter den Naben weit stärker auf Biegung beansprucht werden, als die Querschnitte in der Mitte der Achse, dass also, in Uebereinstimmung mit den Erfahrungen der Praxis, die bei cylindrisch geformten Achsen vorkommenden Brüche stets hinter den Naben erfolgen müssen, dass endlich rationeller Weise der Achse eine von den Naben nach der Mitte zu verjüngte Form zu geben ist.

Auf der Sächsisch-Böhmischen Staatsbahn angestellte Versuche*) haben dargethan, dass die während der Fahrt vorkommende stärkste Vergrösserung des Zapfendruckes, welche nach Vorstehendem entweder bloss durch Verticalstösse, oder auch durch die Mitwirkung von Horizontalstössen herbeigeführt werden kann, zu 45 Procent seines Normalbetrages anzunehmen ist.

Was aber die auf die Spurkränze der Räder wirkenden stärksten Horizontalpressungen betrifft, so lässt sich die Grösse derselben, sobald der Ausdruck für das unter Concurrenz einer solchen Horizontalkraft auf die verschiedenen Achsquerschnitte wirkende Biegungsmoment hergestellt ist, aus den Resultaten der in umfassender Weise vom Obermaschinenmeister Wöhler auf der Königl. Niederschlesisch - Märkischen Eisenbahn über die Biegung und Verdrehung von Eisenbahnwagenachsen während der Fahrt angestellten Versuche**) entnehmen, was an gehöriger Stelle geschehen wird.

---

*) Vergl. v. Weber: Die Technik des Eisenbahnbetriebes, S. 130.

**) Vergl. Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1858, S. 642 u. f.

Die grössten während der Fahrt am Radumfange vorkommenden Tangentialkräfte, welche die Achse auf Torsion in Anspruch nehmen, betragen den Wöhler'schen Versuchen zufolge 58,6 Procent des Bruttowagengewichtes pro Rad (dessen eigenes Gewicht mit gerechnet), oder etwa 66 Procent des normalen Zapfendruckes. Die durch Torsion in der Achse erzeugten Spannungen können indessen, wie aus den von Wöhler angestellten Rechnungen hervorgeht, gegen die Biegungsspannungen ohne merklichen Fehler vernachlässigt und sollen deshalb im Folgenden nicht berücksichtigt werden.

III.

Inanspruchnahme der Achse unter der Wirkung verticaler Kräfte.

Betrachtet man die Achse während der Fahrt auf gerader Bahnstrecke in einem Augenblicke, wo sie in horizontaler Richtung frei, d. h. nicht gegen die eine oder die andere Schiene gepresst ist, wo aber in Folge der schaukelnden Bewegung des Wagenkörpers, oder indem die Achse gerade über einen Schienenstoss von ungleichmässig schlechter Beschaffenheit läuft, die auf die beiden Achsschenkel wirkenden Zapfendrücke die verschiedenen Intensitäten P_1 und P_2 haben (s. Fig. 1), bezeichnet mit Q_1 und Q_2 die entsprechenden, von den Schienen zurückgegebenen und durch die Räder auf die Achse übertragenen Gegendrücke, mit L den Abstand von Mitte zu Mitte der beiden Schienen, d. h. den Abstand der beiden Verticalen, in welchen die Gegendrücke Q_1 und Q_2 von unten auf die Achse wirken, mit l den Abstand dieser Verticalen von den Mitten der ausserhalb liegenden Achszapfen und mit m den Abstand der bezeichneten Verticalen von den Hinterkanten der Radnaben; so ergeben sich, indem man die beiden Schienenköpfe nach einander zu Momentenpunkten nimmt und das eigene Gewicht der Achse vernachlässigt (das

Gewicht der Räder aber, da es die Biegung der Achse gar nicht beeinflusst, von vorn herein ganz aus der Rechnung lässt), für den Gleichgewichtszustand der auf die Achse wirkenden Kräfte die Beziehungen

$$Q_1\ L = P_1\ (L + l) - P_2\ l \quad \text{und}$$
$$Q_2\ L = P_2\ (L + l) - P_1\ l, \quad \text{woraus}$$
$$Q_1 = P_1 + (P_1 - P_2)\ \frac{l}{L} \quad \text{und}$$
$$Q_2 = P_2 - (P_1 - P_2)\ \frac{l}{L} \quad \text{folgt.}$$

Das Biegungsmoment für den Querschnitt der Achse dicht hinter der Nabe des Rades B ist nun

$$P_2\ (l + m) - Q_2\ m = P_2\ l + (P_1 - P_2)\ \frac{m\,l}{L},$$

während das Moment für den Querschnitt dicht hinter der Nabe des Rades A den Betrag

$$P_1\ (l + m) - Q_1\ m = P_1\ l - (P_1 - P_2)\ \frac{m\,l}{L}$$

und für den Mittelquerschnitt der Achse den Betrag

$$P_1\ \left(\frac{L}{2} + l\right) - Q_1\ \frac{L}{2} = \frac{P_1 + P_2}{2}\ l \quad \text{hat.}$$

Der Nabenquerschnitt bei B ist also, vorausgesetzt dass P_1 grösser als P_2, einem kleineren, der Nabenquerschnitt bei A aber einem grösseren Biegungsmomente ausgesetzt, als bei gleicher Belastung beider Schenkel, während das auf den Mittelquerschnitt der Achse wirkende Moment gleich dem arithmetischen Mittel der beiden Momente für die Nabenquerschnitte und eben so gross ist, als wenn auf jeden der beiden Achsschenkel ein gleich grosser Druck vom Betrage $\frac{1}{2}(P_1 + P_2)$ wirkte.

Hat z. B. der Zapfendruck P_2 seine normale Grösse von $P = 65$ Centner, dagegen der Druck P_1 seinen grössten Werth von $1{,}45\ P = 94$ Centner, — eine allerdings hypothetische Annahme —, ist ferner $L = 57$ Zoll rheinl., $l = 9$ Zoll und $m = 4^1/_4$ Zoll, so sind die Biegungsmomente:
für den Nabenquerschnitt bei B

$$585 + 19 = 604 \text{ Zoll} \times \text{Centner}$$

für den Nabenquerschnitt bei A

$$846 - 19 = 827 \text{ Zoll} \times \text{Centner}$$

und für den Mittelquerschnitt der Achse 715 Zoll × Centner, während, wenn beide Zapfendrücke ihre normale Grösse von 65 Centner haben, alle Querschnitte der Achse einem gleich grossen Momente vom Betrage $Pl = 585$ Zoll × Centner ausgesetzt sind.

Die im Vorstehenden vorausgesetzte, bloss durch Verticalstösse verursachte Verschiedenheit in der Grösse der beiden Zapfendrücke würde indessen die Adoptirung einer von den Naben nach der Mitte zu verjüngten Achsform durchaus nicht motiviren, weil die beiden Drücke während der Fahrt, indem z. B. die Achse über zwei Schienenstösse von gleich schlechter Beschaffenheit läuft, auch *gleichzeitig* ihren Maximalbetrag von 1,45 P annehmen können und auch wohl gelegentlich annehmen werden; hierbei aber würde *jeder Querschnitt* der Achse einem Biegungsmomente von $94 . 9 = 846$ Zoll × Centner ausgesetzt sein, mithin bei verjüngter Achsform der Mittelquerschnitt der Achse zum gefährlichen werden, und zwar gerade in dem Augenblicke, wo die Achse überhaupt am stärksten auf Biegung in Anspruch genommen ist. — Kämen also nur Verticalstösse während der Fahrt vor, so müsste die durchweg cylindrische Achsform beibehalten werden.

IV.

Inanspruchnahme der Achse unter der Einwirkung einer Horizontalkraft am Spurkranze eines Rades.

Die Achse, deren Bruttobelastung gleich $2\,P$, also normaler Zapfendruck gleich P sei, befinde sich augenblicklich in Bezug auf ihre verticale Belastung, trotz der schaukelnden

Bewegung des Wagenkörpers, im normalen Zustande und sei von Verticalstössen nicht afficirt. Stösst oder drängt sich nun in Folge der schlängelnden Bewegung des Wagenkörpers, oder bei ungenauer Lage der Schienen, oder beim Passiren einer Weiche, der Spurkranz des einen Rades A (s. Fig. 2) gegen die betreffende Schiene, und herrscht demgemäss zwischen Schiene und Spurkranz ein der Achse paralleler Horizontaldruck von der Intensität H, welcher die Achse sammt Belastung nach innen zurückzuschieben strebt, so widersetzt sich der Wagenkörper diesem Drucke H mit einer gleichen, von innen nach aussen gerichteten Parallelkraft, deren Angriffspunkt der Schwerpunkt des an die Schiene gedrängten Wagenkörpertheiles, d. h. der in der Höhe h über der Achse liegende gemeinschaftliche Schwerpunkt S der Radachse sammt dem auf ihr ruhenden Theile des beladenen Wagenkörpers (vom Gewichte $2P$) ist; und diese Gegenkraft H ist die Resultante zweier paralleler Kräfte H_1 und H_2, wovon die eine H_1 im Schwerpunkte S_1 des betreffenden Wagenkörpertheiles in der Höhe h_1 über der Achse, und die andere H_2 im Schwerpunkte der Radachse angreift *).

Die im Schwerpunkte S_1 eingreifende Kraft H_1, die den Wagenkörper nach aussen zu schieben strebt, wird durch die Achshalter auf die Achse übertragen und von dieser mittelst der Schultern der Achsschenkel auf den Wagenkörper zurückgegeben. Auf letzteren ist also ausser seinem Gewichte $2P$ das horizontale Kräftepaar $H_1 H_1$ vom Momente $H_1\ h_1$ angebracht, welches den Wagenkörper aufzukippen strebt, folglich den Zapfendruck beim Rade A um einen gewissen Betrag p vermehrt und den Zapfendruck beim Rade B um denselben Betrag p vermindert, und zur Bestimmung dieses Kräftepaares pp, dessen Breite, unter Beibehaltung der in III. eingeführten Bezeichnungen, gleich $L + 2l$ ist, hat man sofort

*) Die beiden Kräfte H_1 und H_2 verhalten sich offenbar zu einander, wie das Gewicht $2P$ der Bruttoladung zum Gewichte der Radachse.

$$p\,(L + 2l) = H_1\,h_1, \quad \text{also}$$
$$p = \frac{H_1\,h_1}{L + 2l}.$$

Die Zapfendrücke sind mithin

$$\text{bei } A\text{:} \quad P_1 = P + p = P + \frac{H_1\,h_1}{L + 2l} \quad \text{und}$$
$$\text{bei } B\text{:} \quad P_2 = P - p = P - \frac{H_1\,h_1}{L + 2l}.$$

Um nun die von unten auf die Achse ausgeübten, von den Schienen ausgehenden und durch die Räder nach oben fortgepflanzten Gegendrücke Q_1 und Q_2 zu bestimmen, wobei wieder ohne merklichen Fehler das eigene Gewicht der Achse ausser Acht gelassen werden darf, so hat man, wenn man sich den Wagenkörper entfernt denken und dafür die von ihm auf die Achse ausgeübten Kräfte substituiren will, zu beachten, dass sich die durch die Achshalter übertragene Horizontalkraft H_1 mit der Kraft H_2 zu der in der Achsenrichtung nach aussen wirkenden Kraft $H = H_1 + H_2$ zusammensetzt, welcher die gleiche, am Spurkranze angreifende und nach innen gerichtete Kraft H entgegenwirkt, dass also auf die Achse ausser den verticalen Zapfendrücken P_1 und P_2 ein horizontales Kräftepaar $H\,H$ vom Momente $H\,r$ anzubringen ist, wobei r den Radius des Rades bezeichnet. Einfacher aber kommt man zum Ziele, wenn man die Achse sammt dem sie belastenden Stücke des Wagenkörpers als ein Ganzes ansieht und berücksichtigt, dass nun auf die Achse ausser der Verticalkraft $2\,P$, welche, wenn sie allein vorhanden wäre, die gleichen Gegendrücke $Q_1 = Q_2 = P$ hervorrufen würde, die im gemeinschaftlichen Schwerpunkte S angreifende Horizontalkraft $H = H_1 + H_2$ wirkt, welche mit der gleichen Gegenkraft am Spurkranze des Rades ein Kräftepaar $H\,H$ vom Momente

$$H\,(r + h) = H\,r + H\,h = H\,r + H_1\,h_1 \quad \text{bildet.}$$

Dies Kräftepaar HH vermehrt aber den Druck des Rades A auf seine Schiene um einen gewissen Betrag q und vermindert den Druck des Rades B auf seine Schiene um denselben Betrag q; und zur Bestimmung dieses Kräftepaares qq, dessen Breite gleich L ist, hat man

$$qL = H(r + h) = Hr + H_1 h_1,$$

also

$$q = \frac{Hr + H_1 h_1}{L}.$$

Die von den Schienen auf die Achse zurückgegebenen Verticalpressungen sind mithin:

$$\text{bei A:} \quad Q_1 = P + q = P + \frac{Hr + H_1 h_1}{L}$$

$$\text{bei B:} \quad Q_2 = P - q = P - \frac{Hr + H_1 h_1}{L}.$$

Auf die Achse wirken also sechs Kräfte, und zwar die beiden Zapfendrücke P_1 und P_2 vertical nach unten, die beiden Schienenpressungen Q_1 und Q_2 vertical nach oben und das horizontale Kräftepaar vom Momente Hr. Unter der Wirkung dieser Kräfte, die sich, wie leicht nachzuweisen, vollkommen das Gleichgewicht halten, wird die Achse streng genommen nicht bloss auf Biegung, sondern auch in ihrer Längenrichtung auf Ausdehnung resp. Zusammendrückung in Anspruch genommen, d. h. die neutrale Linie geht nicht genau durch die Schwerpunkte der Achsquerschnitte. Vernachlässigt man aber diese geringe Abweichung der neutralen Linie, welche auf die Biegung der Achse einen nur unbedeutenden Einfluss hat, und stellt die Biegungsmomente von der Seite des Rades B her auf, so ergeben sich dieselben:

1) für den Querschnitt dicht hinter der Nabe bei B:

$$P_2(l + m) - Q_2 m = (P - p)\, l + (q - p)\, m,$$

2) für den Querschnitt in der Mitte der Achse:

$$P_2\left(l + \frac{L}{2}\right) - Q_2 \frac{L}{2} = (P - p)\, l + (q - p) \frac{L}{2},$$

oder, wenn man die oben berechneten Werthe für p und q substituirt,

$$= Pl + \tfrac{1}{2} Hr,$$

3) für den Querschnitt dicht hinter der Nabe bei A:

$$P_2(l + L - m) - Q_2(L - m) = (P - p)\, l + (q - p)(L - m).$$

Letzteres Moment ist also das grösste, und das Biegungsmoment für den Mittelquerschnitt der Achse ist wieder das arithmetische Mittel von den Momenten, welche den beiden Querschnitten dicht hinter den Naben entsprechen (ist aber um den Betrag $\frac{1}{2} Hr$ grösser, als es sein würde, wenn keine Horizontalkraft vorhanden wäre) *).

Ist z. B. die Bruttobelastung der Achse $2P = 130$ Centner, also $P = 65$ Centner der normale Zapfendruck, ferner die Horizontalkraft am Spurkranze $H = 0{,}8\ P = 52$ Centner (eine, wie weiter unten nachgewiesen werden soll, mässige Annahme), folglich, wenn man das Gewicht der Radachse zu $\frac{1}{8}$ ihrer Bruttobelastung veranschlagt, die Kraft $H_1 = \frac{8}{9} H$ = etwa 46 Centner, ist ferner $r = 18$ Zoll, $h_1 = 40$ Zoll **), $L = 57$ Zoll, $l = 9$ Zoll, $m = 4\frac{1}{4}$ Zoll, so ist:

$$H_1 h_1 = 46 \,.\, 40 = 1840 \text{ Zoll} \times \text{Centner},$$

$$Hr \; = 52 \,.\, 18 = \;\; 936 \quad \text{„}$$

$$p = \frac{H_1 h_1}{L + 2l} = \frac{1840}{75} = 24{,}5 \text{ Centner}$$

$$q = \frac{Hr + H_1 h_1}{L} = \frac{2776}{57} = 48{,}5 \quad \text{„}$$

$$q - p = 48{,}5 - \;\; 24{,}5 = 24 \qquad \text{„}$$

---

*) Dieselben Resultate ergeben sich natürlich, wenn man die Biegungsmomente von der Radseite A her aufstellt, wobei man das Moment Hr des horizontalen Kräftepaares HH mit in Rechnung bringen muss, welches in demselben Sinne wirkt, wie das Moment des Zapfendruckes P_1. Man bekommt z. B. auf diese Weise das Biegungsmoment für den Mittelquerschnitt der Achse:

$$P_1 \left(l + \frac{L}{2}\right) + Hr - Q_1 \frac{L}{2}$$

$$= \left(P + \frac{H_1 h_1}{L + 2l}\right) \left(l + \frac{L}{2}\right) + Hr - \left(P + \frac{Hr + H_1 h_1}{L}\right) \frac{L}{2}$$

$$= Pl + P \frac{L}{2} + \tfrac{1}{2} H_1 h_1 + Hr - P \frac{L}{2} - \tfrac{1}{2} Hr - \tfrac{1}{2} H_1 h_1$$

$= Pl + \tfrac{1}{2} Hr$, wie oben.

**) Die Höhe h_1 des Schwerpunktes des beladenen Wagenkörpers über der Achse hängt zwar wesentlich von der besonderen Construction des Wagens und von der Art der Belastung ab; doch dürfte der oben angenommene Werth von $h_1 = 40$ Zoll als Mittelwerth eher zu klein, als zu gross gegriffen sein.

$$\begin{aligned}(P_1 &= P + p = 89{,}5 \text{ Centner}\\ P_2 &= P - p = 40{,}5 \quad ,,\\ Q_1 &= P + q = 113{,}5 \quad ,,\\ Q_2 &= P - q = 16{,}5 \quad ,,),\end{aligned}$$

folglich sind die Biegungsmomente

1) für den Querschnitt hinter der Nabe bei B:

$$(P - p)\, l + (q - p)\, m = 40{,}5 \,.\, 9 + 24 \,.\, 4{,}25$$
$$= 365 + 102 = 467 \text{ Zoll} \times \text{Centner},$$

2) für den Mittelquerschnitt der Achse:

$$(P - p)\, l + (q - p)\, \frac{L}{2} = 40{,}5 \,.\, 9 + 24 \,.\, 28{,}5$$
$$= 365 + 684 = 1049 \text{ Zoll} \times \text{Centner},$$

3) für den Querschnitt dicht hinter der Nabe bei A:

$$(P - p)\, l + (q - p)\,(L - m) = 40{,}5 \,.\, 9 + 24 \,.\, 52{,}75$$
$$= 365 + 1266 = 1631 \text{ Zoll} \times \text{Centner},$$

während, wenn keine Horizontalkraft vorhanden, jeder Querschnitt der Achse zwischen den Naben dem Biegungsmomente $Pl = 65 \,.\, 9 = 585$ Zoll×Centner, und in dem Falle, dass in Folge von Verticalstössen beide Zapfendrücke gleichzeitig ihren Maximalwerth von $1{,}45\, P = 94$ Centner erreichten, doch nur einem Momente von 848 Zoll×Centner ausgesetzt sein würde.

Wenn nicht das Rad A, sondern das Rad B gegen die Schiene gedrängt wird, oder wenn, indem sich das Rad A mit der inneren Stirnfläche seines Spurkranzes gegen eine Zwangsschiene drängt, die am Kranze des Rades A angreifende Kraft H eine entgegengesetzte Richtung annimmt, so kehrt das Kräftepaar HH die Richtung seines Drehungsbestrebens um, was zur Folge hat, dass nun der Querschnitt der Achse dicht hinter der Nabe des Rades B durch das grösste Biegungsmoment von 1631 Zoll×Centner in Anspruch genommen wird, während das Moment für den Mittelquerschnitt der Achse unverändert gleich 1049 Zoll×Centner bleibt.

Der Horizontaldruck H bewirkt also in jedem Falle, dass der Querschnitt der Achse dicht hinter der einen Nabe zum bei weitem gefährlichsten wird, dass also bei cylindrischer Form der Achse der eventuelle Bruch immer an dieser Stelle erfolgen muss. Soll dies aber nicht der Fall sein, vielmehr die Achse in allen Querschnitten eine gleich grosse Sicherheit gegen den Bruch darbieten, so muss ihr eine von den Naben nach der Mitte zu stetig verjüngte Form gegeben werden, die im Folgenden ermittelt werden soll.

Zunächst aber mag der Nachweis geliefert werden, dass die vorstehend gemachte Annahme einer Horizontalkraft am Spurkranze vom Betrage $H = 0{,}8\,P$ nicht übertrieben, vielmehr sehr mässig ist. Bei den Eingangs bereits erwähnten Wöhler'schen Versuchen über die Biegung der Eisenbahnwagenachsen wurde die grösste während einer Fahrt vorkommende Abweichung eines jeden der beiden Räder von seiner verticalen Stellung mittelst eines Zeigerapparates selbständig beobachtet. In dem Augenblicke, wo das eine Rad seine grösste Abweichung erlitten hat, wird sich, wenn eine Horizontalpressung H am Spurkranze dabei mitwirkte, das andere Rad in einer viel kleineren Abweichung befunden haben, wie aus der oben begründeten Verschiedenheit der Biegungsmomente für die verschiedenen Achsquerschnitte hervorgeht. Nach beendigter Fahrt wurde die beobachtete grösste Abweichung durch eine Zusammenziehung der Spurkränze beider Räder wieder künstlich hergestellt, und dabei durch ein Dynamometer die Zugkraft S gemessen, welche, am Hebelsarme r wirkend, die betreffende Abweichung hervorzubringen vermag.

Obgleich nun bei letzterem Experimente beide Räder eine gleich grosse Abweichung erleiden, auch die Angriffsart der auf Biegung der Achse wirkenden Kräfte eine andere ist, als während der Fahrt, so liegt doch, zumal die Räder nicht absolut starr sind und bei dem nachträglichen Experimente jedenfalls eine grössere Verbiegung erlitten, als in dem entsprechenden Augenblicke während der Fahrt, auf der Hand, dass das Biegungsmoment, welches während der Fahrt im Augenblicke der grössten Abweichung des Rades auf den gefährlichen Querschnitt der Achse, dicht hinter der Nabe des betreffenden Rades, gewirkt hat, mindestens ebenso gross (in Wirklichkeit, wie eine Vergleichung der Form der neutralen Linien für beide Fälle der Biegung ergeben würde, nicht unerheblich grösser) war, wie das bei gleicher Abweichung nachträglich gemessene Moment Sr.

Der Maximalwerth der nachträglich gemessenen Kraft S, am Hebelsarme $r = 18^3/_8$ Zoll, betrug aber bei einigen Fahrten 67 Procent von dem Totalgewichte pro Achse (ihr eigenes Gewicht mitgerechnet), also etwa 75 Procent von der Bruttobelastung pro Achse oder 150 Procent von der Belastung pro Rad, war also gleich 1,5 P, folglich das grösste Biegungsmoment für den erwähnten Querschnitt der Achse:

$M = Sr = 1{,}5\ P\ .\ 18{,}375 = 27{,}56\ .\ P$ Zoll×Centner,

während der Normalbetrag dieses Momentes, wenn nämlich auf die Achse nur die beiden gleichen Zapfendrücke P einwirken, bloss $Pl = 8{,}75\ P$ Zoll×Centner ist, da $l = 8^3/_4$ Zoll war.

Wollte man nun annehmen, das grössere Moment M sei lediglich dadurch hervorgebracht, dass der Zapfendruck an dem betreffenden Rade, oder auch an beiden Rädern zugleich durch Verticalstösse u. s. w. über seinen Normalbetrag P hinaus bis zu einer entsprechenden Grösse P_1 gestiegen sei, so hätte man die Beziehung:

$$8{,}75\ P_1 = 27{,}56\ P, \quad \text{also}$$
$$P_1 = 3{,}15\ P.$$

Nach den in v. Weber's Technik des Eisenbahnbetriebes mitgetheilten Versuchen ist aber anzunehmen, dass der Maximalzapfendruck P_1 während der Fahrt niemals den Betrag $1{,}45\,P$ übersteigt, woraus folgt, dass im Augenblicke der beobachteten grössten Abweichung eine Horizontalkraft H auf den Spurkranz des Rades gewirkt haben muss, welche allerdings auch eine gewisse Vergrösserung des betreffenden Zapfendruckes mit sich führt (die sich in obigem Beispiele zu $P_1 = 1{,}37\,P$ ergeben hat).

Das Biegungsmoment für den Querschnitt dicht hinter der Nabe war also nach Seite 10:

$$M = (P - p)\, l + (q - p)\, (L - m)$$
$$= Pl + Hr\,\frac{L - m}{L} + H_1\, h_1\, \frac{l\,(L - 2m)}{L\,(L + 2l)}.$$

Setzt man hierin $H = \alpha P$, also

$H_1 = \frac{8}{9}\, H = \frac{8}{9}\, \alpha P$, und substituirt

$h_1 = 40$ Zoll, $L = 57$ Zoll,

ferner die den Wöhler'schen Versuchsachsen entsprechenden Dimensionen

$r = 18\frac{3}{8}$ Zoll, $l = 8\frac{3}{4}$ Zoll und $m = 4\frac{1}{2}$ Zoll, so kommt

$$M = P\,(8{,}75 + 16{,}92\,\alpha + 3{,}15\,\alpha) = P\,(8{,}75 + 20{,}07\,\alpha).$$

Man hat daher zur Bestimmung von α die Gleichung

$$(8{,}75 + 20{,}07\,\alpha)\, P = 27{,}56\, P,$$

woraus sich $\alpha = 0{,}9$, d. h.

$H = 0{,}9\, P$ ergiebt,

während in obiger Rechnung nur

$$H = 0{,}8\, P$$

angenommen worden ist.

Es muss indessen bemerkt werden, dass die von Wöhler beobachteten grössten Zeigerausschläge keinen absolut sicheren Schluss auf die in den betreffenden Augenblicken am Spurkranze des Rades gewirkt habenden Horizontalkräfte und die entsprechenden von der Achse ausgehaltenen Biegungsmomente zulassen. Der hebelförmige Zeiger, welcher die Abweichungen des Rades auf der mitten zwischen den Rädern auf der Achse befestigten Reisserplatte markirte, war nämlich durch eine Gelenkstange mit einem Punkte der Radscheibe, nahe am Kranze, der a genannt werden mag, verbunden, beschrieb mithin, so lange die Achse nur unter der Einwirkung der normalen Verticalkräfte gebogen war, bei jeder Umdrehung der Achse eine Doppelschwingung, wobei er sich, wenn der Punkt a über resp. unter der Achse lag, in seinem grössten Ausschlage nach rechts resp. nach links, wenn aber der Punkt a seitwärts, d. h. in der Höhe der Achse stand, auf dem Nullpunkte der Scala befand. Erfolgte also nun ein seitliches Andrängen oder Anstossen des Rades an die Schiene, also eine verstärkte Biegung der Achse, in einem Augenblicke, wo der Punkt a oben oder unten stand, so markirte der Zeiger die erfolgende grössere Abweichung des Rades ziemlich richtig auf der Platte; erfolgte der Anstoss dagegen in einem Augenblicke, wo der Punkt a seitwärts stand, so konnte der Zeiger die betreffende Abweichung des Rades nicht vollständig resp. gar nicht anzeigen.

Berücksichtigt man nun, dass der in Rede stehende Horizontaldruck zwischen Spurkranz und Schiene selten durch ein sanftes allmähliches Anlaufen, vielmehr wegen der schlängelnden Bewegung der Wagen in der Regel durch einen rasch vorübergehenden Anstoss erzeugt werden wird, dass auch diese Stösse, da sie von der besonderen Beschaffenheit des Gleises wesentlich abhängen, auf jeder Bahnstrecke an bestimmten Stellen, wo die Spurweite zu gross ist, oder in den Weichen, am heftigsten auftreten werden; so muss man annehmen, dass möglicherweise auf einigen der Wöhler'schen Versuchsfahrten die grössten wirklich vorgekommenen Abweichungen und Achsbiegungen in ihrer vollen Grösse gar nicht zur Beobachtung gekommen sind, und die Tabellen, in welchen die Versuchsresultate zusammengestellt sind, scheinen diese Annahme zu bestätigen.

Auf der anderen Seite aber ist zu beachten, dass, wenn ein Horizontalstoss zwischen dem Spurkranze des Rades und der Schiene ausgeübt wird, immer ein gewisser, durch Rechnung nicht zu bestimmender Theil der Stosswirkung auf die Formveränderung (Biegung) des Rades direct verwandt, also gleichsam vom Rade absorbirt wird, ohne auf Biegung der Achse zu wirken. Erfolgt mithin der stärkste Horizontalstoss in einem Augenblicke, wo der Punkt a unten steht, so wird der nach innen gestossene und gebogene Spurkranz der Verbindungsstange und somit dem Zeiger einen Ausschlag mittheilen, welcher hinsichtlich der zur Bestimmung des Horizontaldruckes H darauf basirten Rechnung als etwas zu gross angesehen werden muss.

V.

Form der Achse von überall gleichem Widerstande.

1. Form der Mittelachse.

Theilt man den Abstand 05 $= \frac{L}{2}$ von der Mitte 0 der Achse bis zu demjenigen Punkte 5 im Inneren der Nabe, welcher vertical über dem Schienenkopfe liegt, in eine Anzahl, z. B. in 5 gleiche Theile, so sind, bei Zugrundelegung des auf Seite 11 und 12 berechneten Zahlenbeispieles, die Biegungsmomente für die den Theilpunkten 0, 1, 2, 3, 4, 5 entsprechenden Querschnitte der Achse:

$$
\begin{array}{llll}
M_0 = (P-p)\,l + \frac{5}{10}\,(q-p)\,L = 1049 & \text{Zoll} \times \text{Centner} & & \\
M_1 = (P-p)\,l + \frac{6}{10}\,(q-p)\,L = 1186 & \quad ,, & = 1{,}1306\,M_0 \\
M_2 = (P-p)\,l + \frac{7}{10}\,(q-p)\,L = 1323 & \quad ,, & = 1{,}2612\,M_0 \\
M_3 = (P-p)\,l + \frac{8}{10}\,(q-p)\,L = 1459 & \quad ,, & = 1{,}3908\,M_0 \\
M_4 = (P-p)\,l + \frac{9}{10}\,(q-p)\,L = 1596 & \quad ,, & = 1{,}5214\,M_0 \\
M_5 = (P-p)\,l + \phantom{\frac{9}{10}}\,(q-p)\,L = 1733 & \quad ,, & = 1{,}652\,M_0.
\end{array}
$$

Diese Verhältnisse unter den Biegungsmomenten der einzelnen Querschnitte bestehen aber nicht bloss für den beispielsweise angenommenen Werth der Bruttoladung von $2\,P = 130$ Centner, sondern auch für jede beliebige andere Belastung, so lange nur die Horizontalkräfte die Werthe $H = 0{,}8\,P$, $H_1 = \frac{8}{9}\,H = 0{,}71\,P$, und die Dimensionen h_1, r, L und l die oben angenommenen Zahlwerthe behalten. Denn es ist nach Seite 10 das Biegungsmoment für den Mittelquerschnitt:

$$M_0 = (P-p)\,l + \tfrac{1}{2}(q-p)\,L = Pl + \tfrac{1}{2}\,Hr = P\,(l + 0{,}4\,r),$$

und das Biegungsmoment für den Querschnitt 5 in der Nabe

$$M_5 = (P-p)l + (q-p)L = Pl + Hr + \frac{H_1 h_1 l}{L+2l}$$
$$= P\left(l + 0{,}8r + \frac{0{,}71\, h_1 l}{L+2l}\right),$$

folglich das Verhältniss

$$\frac{M_5}{M_0} = \frac{l + 0{,}8r + \frac{0{,}71\, h_1 l}{L+2l}}{l + 0{,}4r}$$

unabhängig von P; (und substituirt man

$h_1 = 40$ Zoll, $r = 18$ Zoll, $L = 57$ Zoll und
$l = 9$ Zoll, so kommt

$$\frac{M_5}{M_0} = \frac{26{,}8}{16{,}2} = 1{,}65, \text{ wie oben}).$$

Die im Folgenden gegebenen Constructionsregeln haben also, unter dem bemerkten Vorbehalte, für Achsen von beliebiger Stärke und Belastung Gültigkeit.

Bezeichnet man nämlich den Durchmesser der Achse in der Mitte mit d, so hat man, wenn die Achse eine Form von überall gleicher Widerstandsfähigkeit erhalten soll, den Durchmessern in den einzelnen Theilpunkten die folgenden Werthe zu geben:

$$\begin{aligned}
d_0 &= d \\
d_1 &= d\,\sqrt[3]{1{,}1306} = 1{,}0417\,d \\
d_2 &= d\,\sqrt[3]{1{,}2612} = 1{,}0804\,d \\
d_3 &= d\,\sqrt[3]{1{,}3908} = 1{,}1162\,d \\
d_4 &= d\,\sqrt[3]{1{,}5214} = 1{,}1501\,d \\
d_5 &= d\,\sqrt[3]{1{,}652} = 1{,}1821\,d.
\end{aligned}$$

In der Nabe selbst brauchte man der Achse zwar streng genommen, da sie hier, wenn das Rad gut aufgezogen ist, durch die starre Nabe bedeutend verstärkt wird, keinen grösseren Durchmesser zu geben, als in dem Querschnitte dicht hinter der Nabe, welchem ein Biegungsmoment von 1631 Zoll × Centner $= 1{,}555\, M_0$, also ein Durchmesser $d\,\sqrt[3]{1{,}555} = 1{,}1584\, d$ entspricht. Wenn dagegen, bei mangelhaft aufgezogenem Rade, keine absolut dichte, fest angespannte Berührung zwischen Achse und Nabe stattfindet, also die Widerstandsfähigkeit des in der Nabe steckenden Achsenstückes gegen Biegung nicht wesentlich oder gar nicht durch die Nabe selbst verstärkt wird, so rückt natürlich der gefährliche Querschnitt der Achse in die Nabe selbst an den Theilpunkt 5. Mit Rücksicht hierauf und auf den Umstand, dass eine geringe Verstärkung der Achse in der Nabe auch wegen des Aufpassens des Rades wünschenswerth ist, mag für den Durchmesser im Inneren der Nabe der oben berechnete etwas grössere Werth $d_5 = 1{,}1821\,d$ beibehalten werden.

Eine nach der berechneten Form von gleichem Widerstande construirte Achse gewährt nun offenbar reichlich dieselbe Sicherheit gegen den Bruch, wie eine durchweg cylindrische Achse vom Durchmesser d_4. Sieht man diesen Durchmesser, dem Theilpunkte 4 hinter der Nabe entsprechend, als gegeben an und bezeichnet ihn mit D, so nehmen die einzelnen Durchmesser folgende Werthe an:

$$\begin{aligned}
d_0 &= d &&= 0{,}8695\,D\\
d_1 &= 1{,}0417\,d &&= 0{,}9058\,D\\
d_2 &= 1{,}0804\,d &&= 0{,}9394\,D\\
d_3 &= 1{,}1162\,d &&= 0{,}9705\,D\\
d_4 &= 1{,}1501\,d &&= D\\
d_5 &= 1{,}1821\,d &&= 1{,}0278\,D.
\end{aligned}$$

Die sehr schwach gekrümmte Curve, welche das Längenprofil der Achse von gleichem Widerstande begrenzt, weicht nur unbedeutend von einer geraden Linie ab. Behält man nämlich den Durchmesser D hinter der Nabe (im Theilpunkte 4) bei, nimmt in der Mitte der Achse den Durchmesser $d = \frac{7}{8}D = 0{,}875\,D$ (statt $0{,}8695\,D$) und giebt nun der Achse eine einfache Kegelform bei geradliniger Begränzung, so stimmt diese Form ziemlich genau mit der richtigen Form überein.

Ist z. B. $D = 4$ Zoll, so erhält man für die richtige, krummlinig begränzte Form:

$$\begin{aligned}
d &= 3{,}478 \text{ Zoll}\\
d_1 &= 3{,}623 \text{ „}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
d_2 &= 3{,}757 \text{ Zoll} \\
d_3 &= 3{,}88 \quad „ \\
D &= 4 \quad „ \\
d_5 &= 4{,}111 \quad „
\end{aligned}
$$

und bei der geradlinig begränzten Annäherungsform:

$$
\begin{aligned}
d &= 3\tfrac{1}{2} = 3{,}5 && \text{Zoll} \\
d_1 &= 3\tfrac{5}{8} = 3{,}625 && „ \quad (= 1{,}0329\, d) \\
d_2 &= 3\tfrac{3}{4} = 3{,}75 && „ \quad (= 1{,}0714\, d) \\
d_3 &= 3\tfrac{7}{8} = 3{,}875 && „ \quad (= 1{,}1071\, d) \\
D &= 4 = 4 && „ \quad (= 1{,}143\ d) \\
d_5 &= 4\tfrac{1}{8} = 4{,}125 && „ \quad (= 1{,}179\ d).
\end{aligned}
$$

Hieraus folgt also, dass man für jede durchweg cylindrische Achse vom Durchmesser D eine nach der Mitte zu gleichmässig verjüngte Achse substituiren darf, die hinter den Naben (im Theilpunkte 4) denselben Durchmesser D, in der Mitte aber nur den Durchmesser $d = \frac{7}{8} D$ hat, also leichter ist als die cylindrische Achse.

Soll dagegen die kegelförmige Achse zwischen den Naben gerade ebensoviel Material enthalten, wie die cylindrische vom Durchmesser D, so hat man ihr die Durchmesser

$$
\begin{aligned}
D_1 &= 1{,}066\, D \text{ hinter den Naben und} \\
d_1 &= \tfrac{7}{8} D_1 \text{ in der Mitte}
\end{aligned}
$$

zu geben, und solche Achse gewährt eine $(1{,}066)^3 = 1{,}21$ mal so grosse Sicherheit gegen den Bruch, wie die gleich schwere durchweg cylindrische Achse vom Durchmesser D.

Achsen von der vorstehend berechneten Form, allerdings in der Nabe selbst nicht verstärkt, sondern meistens verschwächt, sind, wie ich aus Clark's Railway Machinery ersehe, auf mehren Bahnen Englands seit längerer Zeit im Gebrauche und haben sich angeblich gut bewährt; auch wird es an ähnlich geformten Achsen auf deutschen Eisenbahnen nicht fehlen.

Wie auf Seite 15 bereits bemerkt, ist die vorstehender Berechnung zu Grunde gelegte Horizontalkraft, von deren Grösse die zulässige Verjüngung der Achse nach der Mitte zu wesentlich abhängt, beträchtlich kleiner angenommen

($H = 0{,}8\,P$), als nach den Wöhler'schen Versuchen zulässig gewesen wäre. Unter der Einwirkung der stärksten Horizontalstösse — und diese müssen offenbar für die Bestimmung einer richtigen Achsform massgebend sein — wird also die vorgeschlagene Form immer noch nicht eine solche von überall gleicher Widerstandsfähigkeit sein, indem sie nicht stark genug verjüngt und gegen die Naben hin verhältnissmässig zu schwach ist, woraus folgen würde, dass rationeller Weise der Achse eine noch stärkere gleichmässige Verjüngung zu geben sei. Es ist aber ein anderer beachtenswerther Grund vorhanden, welcher sogar eine besondere Verstärkung der Achse hinter den Naben wünschenswerth und erforderlich macht. Die während der Fahrt durch die Räder auf die Achse ausgeübten, rapide erfolgenden und rasch vorübergehenden Stosswirkungen bewirken nämlich keineswegs eine derartige Vergrösserung der Biegungsspannungen in der ganzen Achse, wie sie bei allmählich verstärkten Pressungen statthaben würde, sondern nehmen naturgemäss den direct von den Stössen betroffenen Theil der Achse, also die Partie in der Nähe der Naben stärker in Anspruch, als die entfernteren, nach der Mitte zu liegenden Theile der Achse, welche bei der kleinen Zeitdauer des Stosses gleichsam nicht Zeit finden, sich an dem Widerstande gegen den an einem entfernten Punkte erfolgenden und rasch vorübergehenden Angriff in entsprechendem Masse zu betheiligen.

Liesse sich der besprochene Umstand in Rechnung stellen, so würde sich als Begränzungscurve der Achsform von gleichem Widerstande nicht eine gerade Linie, oder vielmehr eine mit ihrer concaven Seite der Mittellinie der Achse zugewandte schwach gekrümmte Curve, sondern eine gegen die Nabe hin aufsteigende Curve herausstellen, welche der Mittellinie der Achse ihre convexe Seite zukehrt und in der Nähe der Nabe beträchtlich stärker gekrümmt ist, als in der Mittelpartie der Achse. — Demgemäss wird es zweckmässig sein, der Achse zwischen der Mitte (Durchmesser d) und dem Theilpunkte 3 (Durchmesser $1{,}107\,d$) die auf Seite 20 besprochene gleichmässig verjüngte Form, im Theilpunkte 4, hinter der Nabe, aber einen verhältnissmässig etwas grösseren Durchmesser von etwa $D = \frac{6}{5} d$ (statt $\frac{8}{7} d$) zu geben. Hierdurch würde eine in Fig. 3 dargestellte Achsform entstehen, welche zwischen den Theilpunkten 0 und 3 schwächer verjüngt ist, als zwischen den Punkten 3 und 4, und welche in dem letzteren Theile mit den schon seit längerer Zeit aus dem Krupp'schen Etablissement hervorgehenden, in dem Album der Gussstahlfabrikate von Friedr. Krupp abgebildeten Gussstahlachsen (mit erhöhter Widerstandsfähigkeit an den Naben) grosse Aehnlichkeit hat. Wenn aber eine nach vorstehenden Angaben construirte Achse eine genaue oder doch annähernd genaue Form von gleichem Widerstande gegen die beim Betriebe vorkommenden heftigsten Stosswirkungen darbietet, was sich natürlich nur durch die Erfahrung beim Gebrauche solcher Achsen nachweisen lässt und bestätigt sein würde, wenn die bei diesen Achsen unter verhältnissmässig zu starker Belastung erfolgenden Brüche bald in diesem, bald in jenem Querschnitte der Achse vorkämen; so wird eine solche Achse, trotz der bedeutenden Verjüngung nach der Mitte zu, immer noch eine eben so grosse Tragfähigkeit besitzen, wie eine durchweg cylindrische Achse vom Durchmesser D. Denn wenn, um bei dem auf Seite 11 und 17 durchgerechneten Zahlenbeispiele stehen zu bleiben, der Querschnitt hinter der Nabe vom Durchmesser D stark genug sein soll, um ein Biegungsmoment von 1596 Zoll × Centner auszuhalten (wobei $P = 65$ Centner und H nur $= 0{,}8\ P = 52$ Centner gesetzt war), so ist der Mittelquerschnitt vom Durchmesser $d = \frac{5}{6} D$ stark genug, um ein Biegungsmoment von $1596\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 958$ Zoll × Centner zu ertragen, während das im Normalzustande auf diesen Querschnitt wirkende Moment nur 585, und selbst im Falle einer gleichzeitigen Vermehrung beider Zapfendrücke bis zu ihrem Maximalbetrage von $1{,}45\ P$ (ohne Seitenstoss) nur 848 Zoll × Centner beträgt.

Giebt man nun einer so geformten Achse hinter den Naben den Durchmesser $D_1 = \frac{10}{9} . D$ (in der Mitte also den Durchmesser $d_1 = \frac{5}{6} D_1 = 0{,}926\,D$), so enthält sie zwischen den Naben nur eben soviel Material wie eine cylindrische Achse vom Durchmesser D, besitzt aber eine $(\frac{10}{9})^3 = 1{,}37$ mal so grosse Tragfähigkeit, als die cylindrische Achse.

2. Ueber eine angemessene Stärke δ der Achsschenkel im Verhältnisse zum Durchmesser *D* der Achse hinter den Naben.

In der Versammlung deutscher Eisenbahntechniker zu Wien 1857 sind die Minimalschenkelstärken folgendermaassen festgestellt:

für $D = 4$ Zoll $\delta = 2\frac{5}{8}$ Zoll
„ $D = 4\frac{1}{2}$ „ $\delta = 3$ „
„ $D = 5$ „ $\delta = 3\frac{1}{4}$ „

Hiernach soll der Durchmesser des Achsschenkels dem Durchmesser der Achse proportional sein (es ist nämlich etwa $\delta = \frac{2}{3} D$), und dieser Regel liegt die mit den meisten Ausführungen der Praxis nicht übereinstimmende Annahme zu Grunde, dass allen Achsschenkeln von beliebig verschiedenen Stärken eine gleich grosse Länge zu geben sei.

Ist nämlich P die normale Belastung des Schenkels, so ist nach Seite 4 der grösste während der Fahrt vorkommende Druck auf den Schenkel zu $1{,}45\,P$ anzunehmen. Dieser Druck ist in der Regel über die ganze Länge des Schenkels annähernd gleichmässig vertheilt, sein Angriffspunkt liegt also in der Mitte der Schenkellänge λ. Bei der stark schaukelnden Bewegung der Wagen kann und wird es aber auch vorkommen, dass der Angriffspunkt des Maximaldruckes $1{,}45\,P$ über die Mitte der Schenkellänge hinaus nach aussen rückt.

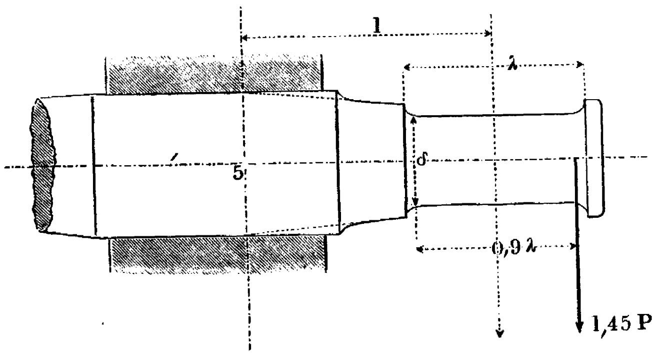
Für den ungünstigsten Fall mag angenommen werden (s. Fig. 4 a. f. S.), der Angriffspunkt des Druckes $1{,}45\,P$ liege fast am äusseren Ende des eingedrehten Schenkels, so ist der Hebelsarm des Druckes in Bezug auf den gefährlichen Querschnitt des Schenkels etwa gleich $\frac{9}{10}\lambda$, folglich das Biegungsmoment für diesen Querschnitt:

$$m = 1{,}45\ P\ .\ 0{,}9\ \lambda = 1{,}305\ P\lambda,$$

ist also bei gegebenem Drucke um so grösser, je länger der Schenkel genommen wird.

Das Biegungsmoment, welches unter Einwirkung eines Horizontaldruckes H am Spurkranze auf den hinter der Nabe

Fig. 4.



im Theilpunkte 4 liegenden Querschnitt der Achse wirkt, ist aber nach Seite 10 und 15:

$$M = (P - p)\ l + (q - p)\ (L - m)$$
$$= Pl + Hr\ \frac{L - m}{L} + H_1\ h_1\ \frac{l\ (L - 2m)}{L\ (L + 2l)},$$

oder, wenn man wieder $H_1 = \frac{8}{9} H$ setzt und für r, h_1, l, L und m die Mittelwerthe von resp. 18″, 40″, 9″, 57″ und $4\frac{1}{2}$″ substituirt,

$$M = 9\ P + 20{,}17\ H\quad \text{Zoll} \times \text{Centner}.$$

Für den ungünstigsten Fall, unter Einwirkung der heftigsten vorkommenden Horizontalstösse, würde nach den Erörterungen auf Seite 15 im vorstehenden Ausdrucke der Horizontaldruck H jedenfalls grösser als $0{,}8\ P$ und auch wohl grösser als P genommen werden müssen. Setzt man indessen, um dem Schenkel in Rücksicht darauf, dass er sich bei langjährigem Gebrauche abnutzt, eine verhältnissmässig etwas grössere Sicherheit zu geben, nur $H = 0{,}9\ P$, so ergiebt sich

$$M = 9\ P + 18{,}15\ P = 27{,}15\,P.$$

Soll aber der Schenkel vom Durchmesser δ und der Länge λ dem Biegungsmomente m in demselben Masse gewachsen sein, wie der Achsquerschnitt hinter der Nabe vom Durchmesser D dem Momente M, so muss das Verhältniss bestehen

$$\frac{\delta^3}{D^3} = \frac{m}{M}, \text{ d. h. nach Obigem}$$

$$\frac{\delta^3}{D^3} = \frac{1{,}305\,\lambda}{27{,}15} = \frac{\lambda}{20{,}8}.$$

Normirte man nun für alle Fälle die Länge der Schenkel zu $\lambda = 6$ Zoll, so hätte man

$$\frac{\delta^3}{D^3} = \frac{6}{20{,}8} = 0{,}29,$$

folglich $\delta = 0{,}66\,D,$

welche Formel mit der oben erwähnten Bestimmung über die Schenkelstärken harmonirt.

Stellt man dagegen die theoretisch begründete und durch die Praxis bewährte Regel auf, dass die Länge des Schenkels seinem Durchmesser proportional sein, und zwar, damit der für die Abnutzung und Erhitzung des Schenkels massgebende Druck pro Flächeneinheit der Tragfläche nicht zu gross ausfalle, das Doppelte seines Durchmessers betragen soll, setzt also a priori $\lambda = 2\,\delta$, so ergiebt sich das Verhältniss

$$\frac{\delta^3}{D^3} = \frac{m}{M} = \frac{\lambda}{20{,}8} = \frac{2\,\delta}{20{,}8}, \text{ oder}$$

$$\frac{\delta^2}{D^3} = \frac{1}{10{,}4}, \text{ und hieraus die Constructions-}$$

formel

$$\delta = \sqrt{\frac{D^3}{10{,}4}} \text{ Zoll *)}.$$

Hiernach würden sich die Schenkeldimensionen ergeben:

für $D = 4$ Zoll $\delta = \sqrt{6{,}15} = 2\frac{1}{2}$ Zoll bei 5 Zoll Länge
„ $D = 4\frac{1}{2}$ „ $\delta = \sqrt{8{,}76} = 2\frac{7}{8}$ „ „ $5\frac{3}{4}$ „ „
„ $D = 5$ „ $\delta = \sqrt{12} = 3\frac{1}{2}$ „ „ 7 „ „

*) In **Redtenbacher's** Resultaten für den Maschinenbau ist eine Formel für die Construction der Achsschenkel enthalten, mit welcher (für $\lambda = 2\delta$) die oben aufgestellte nahezu übereinstimmt.

Die in der Wiener Versammlung der deutschen Eisenbahntechniker festgesetzten Minimalschenkelstärken müssen also, ein rationelles Verhältniss der Länge des Schenkels zu seinem Durchmesser vorausgesetzt, für die 4 und $4^1/_2$ zölligen Achsen als etwas zu stark, für die 5 zölligen Achsen aber als zu schwach angesehen werden; es müsste denn sonst bei der erwähnten Bestimmung die Rücksicht obgewaltet haben, dass die starken, nur für Güterzüge bestimmten Achsen wegen der kleineren Rotationsgeschwindigkeit mit einem kleineren Längenverhältnisse $\left(\frac{\lambda}{\delta}\text{ kleiner als } 2\right)$ zu construiren seien; wogegen aber wieder der Umstand spricht, dass das Maximum der zulässigen Schenkellänge gar auf 8 Zoll normirt ist.

Was endlich das kurze Stück der Achse zwischen dem eingedrehten Schenkel und der Vorderseite der Nabe betrifft, so erhält dasselbe eine angemessene Widerstandsfähigkeit, wenn ihm eine mit schlanker Auskehlung an das cylindrische Nabenstück der Achse sich anschliessende kegelförmige Gestalt gegeben wird, derart dass die begränzenden geraden Linien den Umfang des Schultervorsprunges am Schenkel mit dem Umfange des Achsquerschnittes im Inneren der Nabe, im Theilpunkte 5, verbinden.

VI.

Vorzüge der Gussstahlachsen.

Die absolute Festigkeit gut verarbeiteten und nicht gehärteten Gussstahles beträgt erfahrungsmässig mindestens 1000 Centner (Zollgewicht) pro 1 □ Zoll (rheinl.), während diejenige des Schmiedeisens zu höchstens 500 Centner angenommen werden darf; die Festigkeiten verhalten sich also wie 2 : 1, und in demselben Verhältnisse werden die relativen Festigkeiten (Brechungscoëfficienten) beider Materialien zu einander stehen. Lässt man also den Umstand, dass Material- und Fabrikationsfehler, die beim Schmiedeisen nicht zu den Seltenheiten gehören, bei sorgfältig verarbeitetem Gussstahle kaum vorkommen, dass also gussstählerne Achsen streng genommen mit etwas geringerer Sicherheit construirt werden dürften als schmiedeiserne, ganz ausser Acht, so müssen sich die Durchmesser einer Gussstahlachse und einer schmiedeisernen Achse, bei gleicher Tragfähigkeit,

$$\text{wie } \sqrt[3]{1} : \sqrt[3]{2} = 1 : 1{,}26 = 0{,}794 : 1$$

(oder rund wie 4 : 5) zu einander verhalten, und die Gewichte zweier solcher Achsen verhalten sich,

$$\text{wie } (1)^2 : (1{,}26)^2 = 1 : 1{,}588 = 0{,}63 : 1,$$

d. h. die Gussstahlachse hat etwa nur $\frac{5}{8}$ des Gewichtes einer schmiedeisernen Achse von gleicher Tragfähigkeit.

Ein noch grösserer Vortheil der Gussstahlachsen beruht aber darin, dass ihren Schenkeln ein bedeutend kleinerer Durchmesser gegeben werden kann, als den Schenkeln schmiedeiserner Achsen. Bei Festhaltung der praktisch bewährten Regel, dass die Länge des Schenkels das Doppelte seines Durchmessers betragen soll, ergab sich nämlich zur Bestimmung der Schenkelstärke δ in Bezug zum Durchmesser D der Achse hinter der Nabe die Formel

$$\delta = \sqrt{\frac{D^3}{10{,}4}}.$$

Nach Obigem müssen sich also die Durchmesser eines Gussstahlschenkels und eines schmiedeisernen Schenkels, bei gleicher Tragfähigkeit, zu einander verhalten

$$\text{wie } \sqrt{1} : \sqrt{2} = 1 : 1{,}414 = 0{,}707 : 1,$$

woraus sich (mit Berücksichtigung, dass Schenkel aus Gussstahl, bei der grösseren Härte und Gleichmässigkeit dieses Materials, einen grösseren Druck pro Flächeneinheit ertragen werden, ohne sich warm zu laufen, als schmiedeiserne Schenkel) der weitere höchst wichtige Vortheil ergiebt, dass der Zapfenreibungswiderstand, welcher auf horizontaler

Bahnstrecke den bei weitem grössten Theil der Zugkraft der Locomotive absorbirt, durch die Anwendung von Gussstahlachsen beträchtlich herabgezogen werden kann.

Den durchweg cylindrischen schmiedeisernen Achsen von resp. 4, $4^1/_2$ und 5 Zoll Durchmesser würden nach Obigem zunächst gleich tragfähige und um 37 Procent leichtere cylindrische Gussstahlachsen von 0,794 fachem Durchmesser, also von

resp. 3,176″, 3,57″ und 3,97″ Durchmesser

entsprechen.

Die auf Seite 21 u. f. empfohlene Form von überall gleichem Widerstande, durch deren Adoptirung sich ohne Gewichtsvermehrung (abgesehen von einem geringen Mehrgewichte des in der Nabe steckenden Achsenstückes) eine 1,37 fache Tragfähigkeit, im Vergleiche mit cylindrischen Achsen, erzielen lässt, wird namentlich für geschmiedete Achsen, folglich, da die schmiedeisernen Achsen jetzt meistens aus Walzeisen hergestellt werden, vorzüglich für Gussstahlachsen qu·· ficirt sein; und aus diesem Grunde mögen die Dimensionen solcher Achsen, in drei verschiedenen Kalibern, welche event. den üblichen schmiedeisernen Achsen von resp. 4″, $4^1/_2$″ und 5″ Durchmesser in der Nabe zu substituiren sein würden, in nachstehender Tabelle zusammengestellt werden.

Statt der cylindrischen Form		Achsform von überall gleichem Widerstande, für Gussstahl, von 1,37 facher Tragfähigkeit gegen die cylindrischen Achsen.						
		Durchmesser der Mittelachse			Des Achsschenkels		Des Achsschenkels modificirte	
für Schmiedeisen vom Durchmesser	oder für Gussstahl vom Durchmesser D	in der Mitte $d_1 = 0{,}924\,D$	im Theilpunkte 3 $= 1{,}107\ d_1$	hinter der Nabe im Theilpunkte 4 $D_1 = {}^6/_5\,d_1$	Stärke $\delta = \sqrt{\frac{D_1^3}{10{,}4}}$	Länge $\lambda = 2\,\delta$	Stärke	Länge
$4''$	$3{,}176''$	$2\frac{15}{16}''$	$3\frac{1}{4}''$	$3\frac{1}{2}''$	$2\frac{1}{16}''$	$4\frac{1}{8}''$	$2\frac{1}{4}''$	$5''$
$4\frac{1}{2}''$	$3{,}57''$	$3\frac{1}{3}''$	$3\frac{2}{3}''$	$4''$	$2\frac{7}{16}''$	$4\frac{7}{8}''$	$2\frac{1}{2}''$	$5''$
$5''$	$3{,}97''$	$3\frac{11}{16}''$	$4\frac{1}{16}''$	$4\frac{7}{16}''$	$2\frac{7}{8}''$	$5\frac{3}{4}''$	$2\frac{7}{8}''$	$5\frac{3}{4}''$

Die Modification der Achsschenkeldimensionen für die ersten beiden Nummern ist für den Fall vorgenommen, dass die von der Wiener Versammlung deutscher Eisenbahntechniker getroffene Bestimmung, wonach die Länge des Schenkels mindestens 5 Zoll zu betragen hat, auch auf Gussstahlachsen Anwendung finden soll.

Schlussbemerkung über die Radnaben.

Die in Fig. 2 dargestellten Räder haben die Form der bekannten Krupp'schen Stahlräder, bei welchen Nabe, Radscheibe und Kranz aus Einem Stücke bestehen. Was den von manchen Technikern gegen diese Räder erhobenen Vorwurf betrifft, dass die, etwa 7 Zoll rheinl. betragende Nabenlänge zu gering sei; so hat, wie aus den auf Seite 10 und folgdn. geführten Rechnungen hervorgeht, die Länge der Naben auf die Widerstandsfähigkeit der Achse gegen Biegung und Bruch im Allgemeinen einen nur unbedeutenden, und wenn man der Achse im Inneren der Nabe einen etwas grösseren Durchmesser giebt, als hinter der Nabe, gar keinen Einfluss, wohl aber auf die zwischen der Nabe und Achse herrschenden Pressungen.

Je kürzer nämlich die Nabe ist, desto grösser muss zunächst, namentlich wenn die Befestigung des Rades auf der Achse ohne Keil geschieht, wenn also Nabe und Achse nur durch Reibung mit einander verbunden sind, die normale, beim Aufziehen des Rades erzeugte Spannung zwischen Nabe und Achse pro Flächeneinheit der Berührungsfläche sein. Ferner ruft der während der Fahrt beim Anlaufen eines Rades an die Schiene auf den Spurkranz dieses Rades wirkende Horizontaldruck, indem er das Rad auf der Achse seitwärts zu verkippen strebt, besondere Pressungen zwischen Nabe und Achse hervor, welche die Nabenkanten in die Achse einzudrücken suchen und hierdurch, namentlich bei mangelhaft aufgezogenen Rädern, nachtheilig auf die Achse wirken können; und diese

Pressungen sind ebenfalls um so grösser, je kürzer die Nabe ist. — In Anbetracht aber, dass die Festigkeit des zu den Achsen verwandten Gussstahles, also auch seine Widerstandsfähigkeit gegen ein etwaiges Einkneifen der Nabenkanten, dem übrigens meines Erachtens durch eine geringe Abrundung dieser Kanten vorgebeugt werden kann, doppelt so gross wie die Festigkeit des Schmiedeisens ist, dass ferner beim Einpressen gussstählerner Achsen in stählerne Naben bei übrigens gleichen Dimensionen unbedenklich eine weit grössere Kraft angewandt, also eine festere Verbindung erzielt werden kann, als bei schmiedeisernen Achsen in guss- oder schmiedeisernen Naben, wird zugegeben werden müssen, dass bei übrigens gleich solider Ausführung eine Nabenlänge von 7 Zoll bei Gussstahlachsen und Stahlrädern in jeder Beziehung eine grössere Garantie bietet, als eine Nabenlänge von 9 bis 14 Zoll bei schmiedeisernen Achsen in guss- oder schmiedeisernen Naben.

Fig. 1.

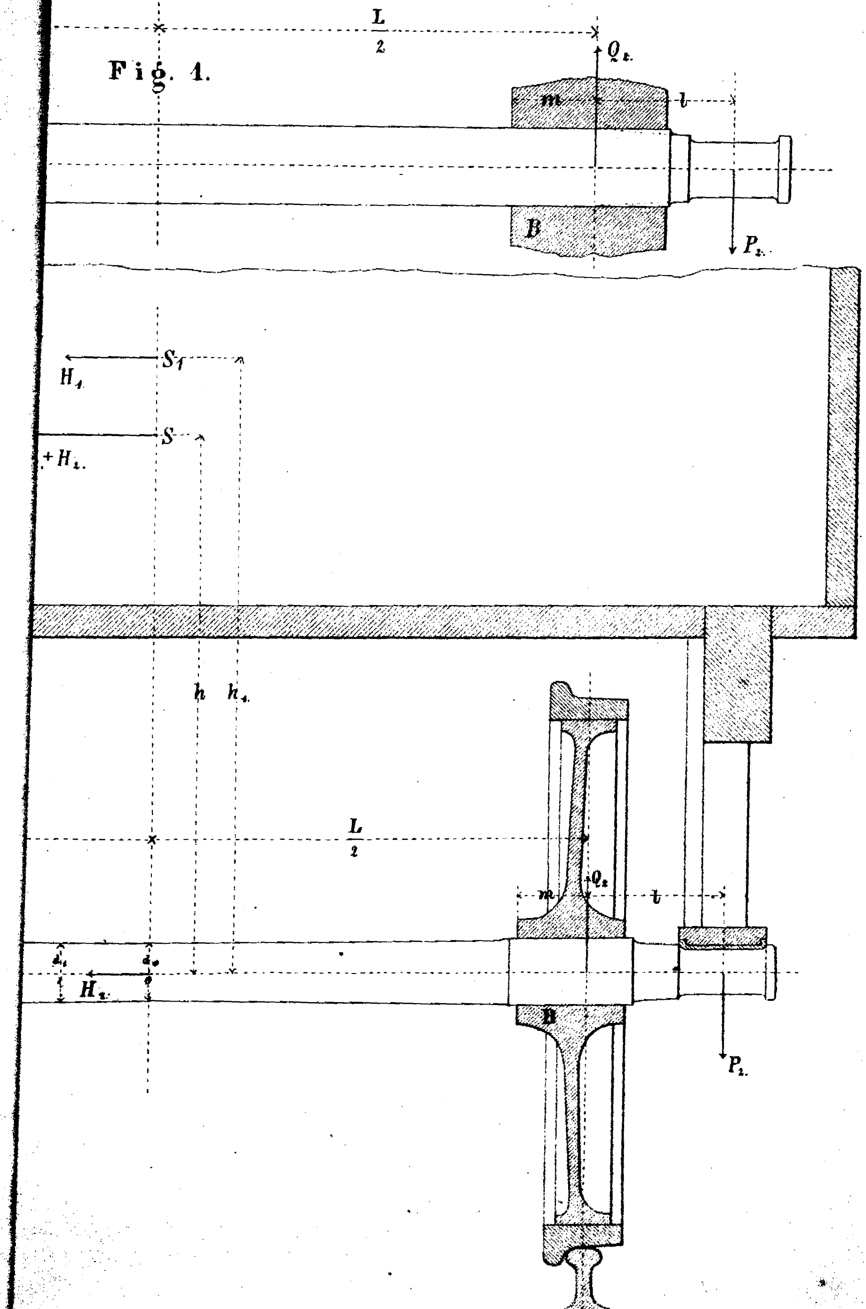
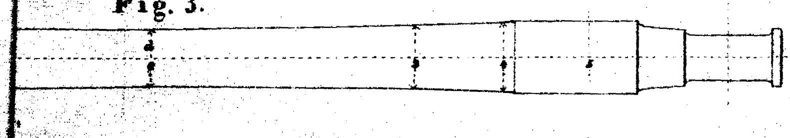


Fig. 3.



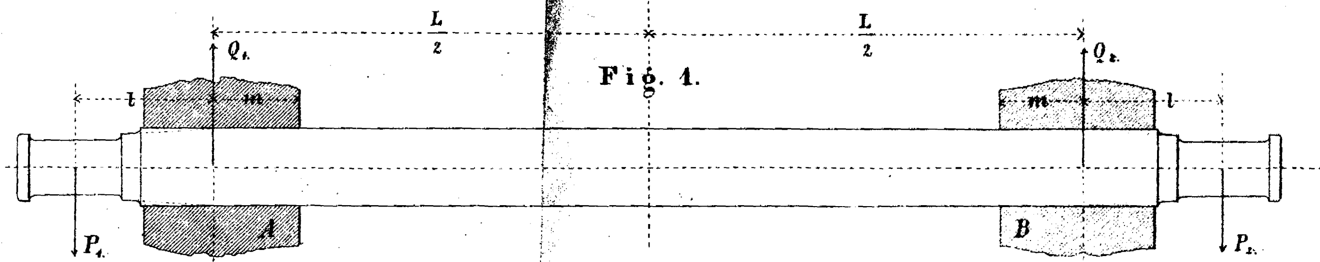


Fig. 1.

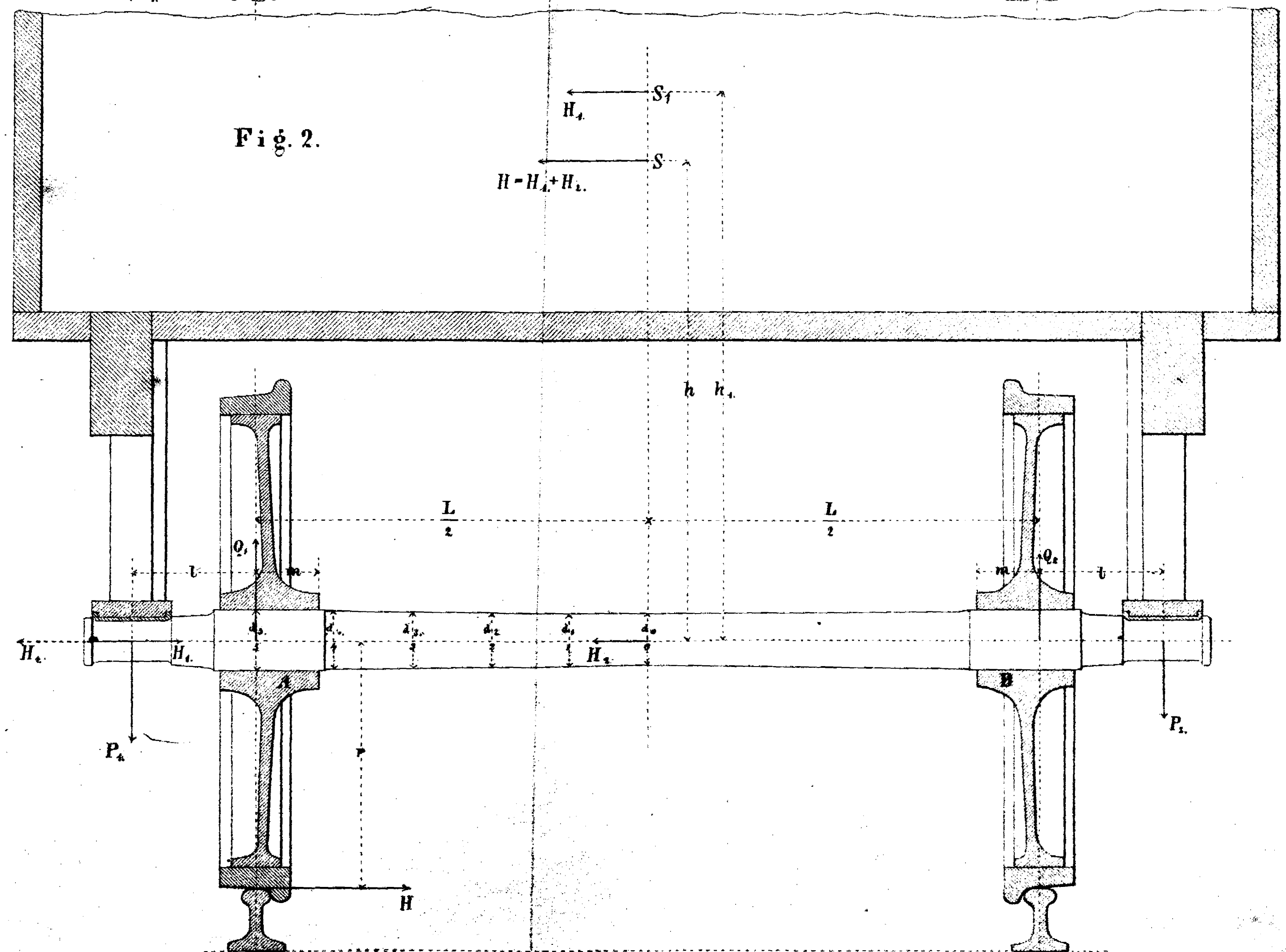


Fig. 2.

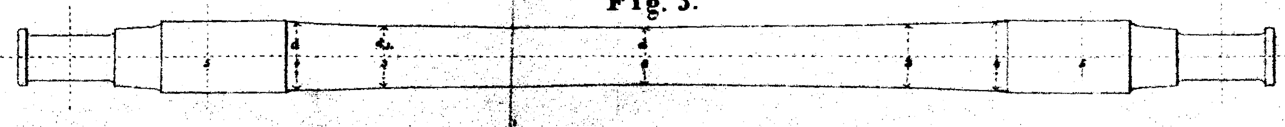


Fig. 3.